De la capacidad al riesgo: un modelo difuso basado en CP-SAT para reservas y asignación de mesas

Joaquin Arellano

Departamento de Estadística, Informática y Matemáticas, Universidad Pública de Navarra, Campus de Arrosadia, Pamplona, 31006, España

Resumen Este trabajo en progreso aborda la asignación automática de reservas a mesas o combinaciones válidas en restaurantes. Se formula una versión básica y funcional basada en CP-SAT que respeta capacidades, reservas fijadas manualmente, restricciones de mesas, no solape temporal con buffers y carga de cocina. El objetivo principal es preservar capacidad futura, en particular el tamaño máximo de grupo aceptable por franja. Además, se definen medidas difusas para convertir riesgo, saturación y preferencia de mesas en grados de satisfacción comparables. El prototipo se ha embebido en una aplicación de gestión de reservas y se encuentra en pruebas en restaurantes reales.

Keywords: Asignación de reservas · CP-SAT · lógica fuzzy · capacidad futura · restaurantes.

1. Motivación y alcance

La gestión de reservas exige asignar cada grupo a mesas físicas o combinaciones permitidas, respetando capacidades, decisiones manuales del personal y restricciones temporales. Una solución factible puede ser operativamente pobre si bloquea recursos grandes, concentra llegadas en cocina o deja huecos difíciles de reutilizar. Por ello, el objetivo no se limita a acomodar reservas existentes, sino que busca mantener flexibilidad para nuevas reservas. El sistema considerado cubre tres tareas: asignar reservas no fijadas, responder consultas de disponibilidad y estimar una curva de capacidad por franja. La contribución preliminar es una formulación compacta que separa restricciones duras de medidas difusas usadas para diagnóstico, ordenación de alternativas y explicación operativa.

2. Modelo básico y restricciones principales

Sea $\mathcal{M}$ el conjunto de mesas físicas y $\mathcal{R}$ el de recursos válidos; cada recurso r es una mesa o combinación, ocupa $\mathcal{M}(r) \subseteq \mathcal{M}$ y tiene capacidades $C_r^{\text{mín}}, C_r^{\text{máx}} \in \mathbb{Z}_{>0}$, $C_r^{\text{mín}} \leq C_r^{\text{máx}}$. El servicio se discretiza en franjas

$$\mathcal{T} = \{0, \ldots, K-1\}, \qquad K = (H^{\text{fin}} - H^{\text{ini}})/\Delta.$$

Cada reserva $i \in \mathcal{I}$ tiene tamaño p_i, inicios $S_i \subseteq \mathcal{T}$, duraciones L_i, mesas restringidas $\mathcal{M}_i^{\text{rest}}$ y mesas preferidas $\mathcal{M}_i^{\text{pref}}$. Por defecto, $\mathcal{M}_i^{\text{rest}} = \mathcal{M}$, y la preferencia efectiva es $\mathcal{M}_i^{\text{pref,eff}} = \mathcal{M}_i^{\text{pref}} \cap \mathcal{M}_i^{\text{rest}}$.

Los recursos admisibles, la ocupación temporal y los candidatos se definen como

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_i &= \{r \in \mathcal{R} : C_r^{\text{mín}} \le p_i \le C_r^{\text{máx}} \ \wedge \ \mathcal{M}(r) \subseteq \mathcal{M}_i^{\text{rest}}\},\\
O_i(s,\ell) &= \{\tau \in \mathcal{T} : s - \beta_i^- \le \tau \le s + \ell - 1 + \beta_i^+\},\\
\Omega_i &= \{(r,s,\ell) : r \in \mathcal{R}_i,\ s \in S_i,\ \ell \in L_i,\ O_i(s,\ell) \subseteq \mathcal{T}\}.
\end{aligned}$$

La variable binaria $x_{i,r,s,\ell}$ indica que la reserva i se asigna al recurso r, inicio s y duración ℓ. Si $x_{i,r,s,\ell} = 1$, entonces $\text{start}_i = s$ y $\text{end}_i = s + \ell - 1$. Las reservas se separan en fijas $\mathcal{F}$ y optimizables $\mathcal{U} = \mathcal{I} \setminus \mathcal{F}$. Las restricciones principales son: asignación única, bloqueo de reservas fijas y no solape por mesa física,

$$\sum_{(r,s,\ell)\in\Omega_i} x_{i,r,s,\ell} = 1 \quad \forall i \in \mathcal{I},$$

$$x_{i,r_i^\star,s_i^\star,\ell_i^\star} = 1, \quad x_{i,r,s,\ell} = 0 \quad \forall i \in \mathcal{F},\ (r,s,\ell) \neq (r_i^\star, s_i^\star, \ell_i^\star),$$

$$\delta_{m,\tau}^{i,r,s,\ell} = \begin{cases} 1, & m \in \mathcal{M}(r) \ \wedge \ \tau \in O_i(s,\ell),\\ 0, & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

$$\sum_{i\in\mathcal{I}} \sum_{(r,s,\ell)\in\Omega_i} \delta_{m,\tau}^{i,r,s,\ell} x_{i,r,s,\ell} \le 1 \quad \forall m \in \mathcal{M},\ \forall \tau \in \mathcal{T}.$$

Las preferencias de mesas no son restricciones duras. Se modelan mediante

$$\pi_i(r) = \begin{cases} 1, & \mathcal{M}_i^{\text{pref}} = \emptyset,\\ \dfrac{|\mathcal{M}(r) \cap \mathcal{M}_i^{\text{pref,eff}}|}{|\mathcal{M}(r)|}, & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

$$\text{Pref}(\mathcal{S}) = \frac{1}{|\mathcal{I}|} \sum_{i,(r,s,\ell)\in\Omega_i} \pi_i(r) x_{i,r,s,\ell}.$$

La carga de cocina por franja puede incorporarse con pesos de llegada ω_d:

$$A_\tau = \sum_{i\in\mathcal{I}} \sum_{(r,s,\ell)\in\Omega_i} p_i \omega_{\tau-s} \mathbf{1}_{[-a,b]}(\tau - s) x_{i,r,s,\ell},$$

$$e_\tau \ge A_\tau - Q_\tau, \qquad e_\tau \ge 0.$$

Así, $\text{Sat}_{\text{exc}} = \sum_\tau e_\tau$ cuantifica el exceso sobre la capacidad de cocina Q_τ y puede usarse como diagnóstico o criterio secundario. Esta separación entre restricciones duras y criterios blandos facilita su uso en la aplicación: el personal puede bloquear reservas o restringir mesas, y el optimizador reorganiza sólo las reservas restantes. La versión básica prioriza factibilidad, estabilidad y respeto de decisiones humanas antes que una reasignación global agresiva. Esto es importante en sala, donde pequeños cambios pueden ser aceptables matemáticamente pero incómodos para el personal.

3. Capacidad futura y fórmula de $\text{Cap}^{\text{máx}}$

Para una solución $\mathcal{S}$ y una franja de inicio τ, `Cap_max` es el tamaño máximo de un único grupo aceptable. Sea ℓ^{ref} la duración de referencia de una nueva reserva y $f^-(P), f^+(P)$ sus buffers. Denotamos por $o_{m,\tau}(\mathcal{S}) \in \{0,1\}$ la ocupación inducida por $\mathcal{S}$ en la mesa física m y la franja τ:

$$W(\tau, P) = \{\tau' \in \mathcal{T} : \tau - f^-(P) \le \tau' \le \tau + \ell^{\text{ref}} - 1 + f^+(P)\}.$$

La definición matemática es

$$\begin{aligned}\text{Cap}^{\text{máx}}(\tau; \mathcal{S}) = \text{máx}\{P \in \mathbb{Z}_{\ge 0} : \exists r \in \mathcal{R},\ & C_r^{\text{mín}} \le P \le C_r^{\text{máx}}, \\ & \forall m \in \mathcal{M}(r),\ \forall \tau' \in W(\tau, P), \\ & o_{m,\tau'}(\mathcal{S}) = 0\}.\end{aligned}$$

Una integración básica en CP-SAT evalúa cada recurso en $C_r^{\text{máx}}$ mediante la ocupación decidida $o_{m,\tau}$, la disponibilidad binaria $z_{r,\tau}$ y auxiliares $t_{r,\tau}$:

$$o_{m,\tau} = \sum_{i,(r,s,\ell)\in\Omega_i} \delta_{m,\tau}^{i,r,s,\ell} x_{i,r,s,\ell},$$

$$h_{r,\tau} = \sum_{m\in\mathcal{M}(r)} \sum_{\tau'\in W(\tau, C_r^{\text{máx}})} o_{m,\tau'}, \qquad z_{r,\tau} = 1 \Leftrightarrow h_{r,\tau} = 0,$$

$$t_{r,\tau} = C_r^{\text{máx}} z_{r,\tau}, \qquad \text{Cap}_\tau^{\text{máx}} = \text{máx}\big(0, \{t_{r,\tau} : r \in \mathcal{R}\}\big).$$

La equivalencia y el máximo se implementan con restricciones reificadas y una restricción de máximo del solver. El objetivo principal en un conjunto de franjas relevantes $\mathcal{T}' \subseteq \mathcal{T}$ queda

$$\text{máx} \sum_{\tau\in\mathcal{T}'} w_\tau \text{Cap}_\tau^{\text{máx}},$$

donde w_τ pondera las horas de mayor demanda. Esta versión mantiene como criterio principal la flexibilidad para aceptar grupos grandes. Operativamente, $\text{Cap}_\tau^{\text{máx}}$ no es aforo libre agregado, sino el mayor grupo real aceptable en τ considerando mesas, combinaciones y buffers. En el prototipo se muestra como curva de disponibilidad futura; una caída local alerta de que una asignación factible consume recursos estratégicos. Esta métrica evita decisiones miopes, por ejemplo asignar un grupo pequeño a la única mesa capaz de alojar un grupo grande posterior. También permite comparar escenarios antes de confirmar una reserva nueva. El motor previsto es CP-SAT de OR-Tools [2].

4. Medidas difusas

La viabilidad binaria no captura la calidad operativa gradual. Se convierten riesgo, saturación y preferencia en grados $\mu \in [0,1]$ mediante funciones de

pertenencia lineales a trozos, siguiendo la noción clásica de conjuntos fuzzy [1]:

$$\mu^{\uparrow}(x;a,b) = \begin{cases} 0, & x \le a, \\ (x-a)/(b-a), & a < x < b, \\ 1, & x \ge b, \end{cases}$$

$$\mu^{\downarrow}(x;a,b) = \begin{cases} 1, & x \le a, \\ (b-x)/(b-a), & a < x < b, \\ 0, & x \ge b. \end{cases}$$

Estas funciones representan satisfacción creciente y decreciente, respectivamente. Sea $\mathrm{Consec}(m)$ el conjunto de pares (i,j) asignados a la misma mesa física m y consecutivos en el tiempo; si no hay pares, el mínimo correspondiente se toma como 1. El hueco es $g_m(i,j) = \mathrm{start}_j - \mathrm{end}_i$. Con $\Gamma_1 < \Gamma_2$,

$$\mu^{\mathrm{loc}}_{\mathrm{riesgo}}(i,j,m) = \mu^{\uparrow}(g_m(i,j);\Gamma_1,\Gamma_2),$$
$$\mu_{\mathrm{riesgo}}(\mathcal{S}) = \min_{m} \min_{(i,j)\in \mathrm{Consec}(m)} \mu^{\mathrm{loc}}_{\mathrm{riesgo}}(i,j,m).$$

Para saturación se usa $\rho_\tau = A_\tau / \max\{1, Q_\tau\}$ y umbrales $\rho_1 < \rho_2$:

$$\mu^{\mathrm{loc}}_{\mathrm{sat}}(\tau) = \mu^{\downarrow}(\rho_\tau;\rho_1,\rho_2), \qquad \mu_{\mathrm{sat}}(\mathcal{S}) = \min_{\tau\in\mathcal{T}} \mu^{\mathrm{loc}}_{\mathrm{sat}}(\tau).$$

La preferencia es $\mu_{\mathrm{pref}}(\mathcal{S}) = \mathrm{Pref}(\mathcal{S})$. La agregación global preserva un veto operativo:

$$V(\mathcal{S}) = \min\{\mu_{\mathrm{riesgo}}(\mathcal{S}), \mu_{\mathrm{sat}}(\mathcal{S})\},$$
$$\mu_{\mathrm{global}}(\mathcal{S}) = V(\mathcal{S})\big(\gamma + (1-\gamma)\mu_{\mathrm{pref}}(\mathcal{S})\big), \quad \gamma \in [0,1].$$

Así, una alta preferencia de mesas puede desempatar, pero no compensar una solución con riesgo o saturación críticos. Las medidas μ_{riesgo}, μ_{sat} y μ_{pref} actúan como indicadores interpretables para comparar alternativas sin exponer la formulación completa. El uso de mínimos refleja un comportamiento conservador: basta un punto crítico para degradar la solución. Esta elección favorece explicaciones simples, del tipo "hay poco margen entre dos reservas" o "la cocina queda saturada". Las modificaciones manuales del personal se registran para detectar preferencias no modeladas y recalibrar umbrales, buffers y pesos. En fases posteriores estas medidas pueden incorporarse como refinamiento lexicográfico tras fijar el óptimo de capacidad futura.

5. Resultados preliminares y estado del prototipo

La versión actual ya está embebida en una aplicación de gestión de reservas y se encuentra en pruebas en restaurantes. La validación en curso compara la asignación optimizada frente a reglas voraces de "mesa más ajustada", midiendo aceptación de nuevas reservas simuladas, tamaño máximo aceptable en horas punta, estabilidad y tiempo de resolución. El trabajo futuro completará la evaluación con datos de uso y calibración automática de parámetros difusos.

Referencias

1. Zadeh, L.A.: Fuzzy sets. Information and Control 8(3), 338–353 (1965)
2. Google: OR-Tools CP-SAT Solver. `https://developers.google.com/optimization/cp/cp_solver`, último acceso 3 junio 2026