Propuesta de una metodología de decisión *a posteriori* para problemas de optimización de naturaleza difusa

Boris Pérez-Cañedo[1][0000-0002-5623-4039] Eduardo R. Concepción-Morales[2][0000-0003-2190-1337]
José Luis Verdegay[1][0000-0003-2487-942X]

[1] DECSAI-MODO, Universidad de Granada 18071 Granada, España
[2] Departamento de Informática, Universidad de Cienfuegos, Cienfuegos, Cuba
bpcanedo@gmail.com, econcep@ucf.edu.cu, verdegay@ugr.es

Abstract. Como es obvio, la principal actividad que desarrollan los Sistemas Automatizados de Decisión es la toma de decisiones y por tanto la optimización de sus elecciones. Destaca el caso de los Sistemas Automatizados de Decisión Cooperativos (CADEMA) en los que surgen problemas de optimización multiobjetivo, naturalmente ligados a la toma de decisiones multicriterio *a posteriori*. La situación que aquí se considera supone que el decisor no elige una solución a ciegas, sino que evalúa un conjunto de alternativas (puntos eficientes) basándose en sus consecuencias y en criterios que ofrecen diversas perspectivas. Si bien existen métodos clásicos (SMART, PROMETHEE, ELECTRE…) para salvar esta dificultad, los mismos fallan cuando los objetivos son vagos, se describen en lenguaje natural o no están disponibles durante la fase de cálculo. Para salvar evitar estamos probando una nueva metodología que integra la Programación Lineal Difusa con el Modelado para la Generación de Alternativas, que es la que se describe en este trabajo.

Keywords: Fuzzy Linear Programming, Fuzzy proposition, Automated Decision Making systems

1 Introducción: El poder discriminador del orden lexicográfico

La optimización es una práctica omnipresente en la ciencia moderna, desde la logística industrial hasta la gestión de recursos naturales. El proceso estándar dicta que el investigador debe construir un modelo matemático: una abstracción que intenta capturar la esencia de un sistema mediante variables de decisión, restricciones que delimitan el espacio de soluciones factibles y funciones objetivo que miden el éxito. Sin embargo hay una "brecha de modelado" crítica en el mundo real, ya que a menudo omitimos características relevantes porque no sabemos cómo expresarlas matemáticamente o porque son desconocidas en el momento de la formulación inicial.

La metodología propuesta [1] se apoyará en el empleo del orden lexicográfico para resolver problemas de Programación Lineal Difusa (FLP por sus siglas en inglés). En la literatura, es común encontrar "funciones de ranking" que intentan simplificar un número difuso en un solo valor real para facilitar la comparación. No obstante, este proceso es reduccionista y puede llevar a soluciones subóptimas o "dominadas" (soluciones que parecen buenas pero son superadas por otras en todos los aspectos).

El método lexicográfico funciona de manera análoga a un diccionario: si dos palabras empiezan por la misma letra, se mira la segunda, y así sucesivamente. En el contexto difuso, se utilizan múltiples índices de comparación en secuencia para "desempatar" números difusos. Esto garantiza la unicidad del valor óptimo difuso de la función objetivo, una propiedad técnica vital porque asegura que el valor de la función objetivo sea consistente. Sin esta unicidad, el cálculo posterior de los grados de verdad de las preferencias subjetivas podría arrojar resultados contradictorios, invalidando el proceso de decisión.

2 Explorando la diversidad en el espacio de decisión

La técnica de Modelado para la Generación de Alternativas (MGA**)** es el motor que permite la toma de decisiones *a posteriori*. Su propósito no es encontrar una única "solución perfecta", sino generar sistemáticamente un conjunto de alternativas que cumplan dos requisitos fundamentales:

1. **Casi-optimalidad.** Que tengan un rendimiento muy cercano al óptimo matemático en los objetivos que sí pudimos modelar (por ejemplo, el beneficio económico).
2. **Diversidad máxima.** Que sean lo más diferentes posible entre sí en cuanto a los valores de sus variables de decisión.

Este enfoque reconoce que el "óptimo" matemático puede ser físicamente muy distinto de otra solución que rinda solo un 1% menos, pero que quizás sea mucho más robusta frente a factores que no pudimos incluir en las ecuaciones iniciales. Al maximizar la distancia absoluta entre las soluciones en cada iteración del proceso, el algoritmo de MGA "mapea" las diferentes formas en que se puede alcanzar un resultado similar, ofreciendo al decisor un catálogo de opciones estratégicamente diversas.

3 Proposiciones difusas y lenguaje natural

La parte esencial de la metodología es cómo manejar los objetivos no modelados mediante proposiciones difusas. Dado que una proposición difusa es una sentencia cuyo valor de verdad puede no ser absoluto porque se cuantifica en el intervalo [0, 1], se propone un marco donde el conocimiento experto se captura mediante cuatro tipos de estructuras lingüísticas: las proposiciones incondicionales simples, las proposiciones calificadas por la verdad, las proposiciones condicionales (Reglas de Control) y las proposiciones compuestas [2].

Para evaluar estas proposiciones sobre soluciones que son, en sí mismas, números difusos, se emplea una técnica de coincidencia de vocabulario que calcula el nivel de solapamiento entre el resultado matemático de la alternativa y la definición lingüística deseada. El resultado es un valor numérico exacto que indica qué tan "cierta" es una solución respecto a un deseo subjetivo.

4 Integración y selección de la solución final

Una vez generadas las alternativas mediante MGA y se han definido los objetivos no modelados mediante proposiciones, se procede a la fase de agregación. Se construye una matriz de decisión donde cada celda representa el grado de verdad de una alternativa frente a una proposición específica. Para seleccionar la mejor opción, la metodología utiliza el conectivo lógico "y" (operador de intersección), que busca la solución que maximice el grado de verdad global. Este enfoque es riguroso: una alternativa solo tendrá un valor de compatibilidad alto si satisface razonablemente bien todos los criterios lingüísticos. Nótese que una solución con mayor compatibilidad agregada es preferible porque representa el mejor equilibrio entre el modelo matemático y las sutilezas cualitativas del contexto real.

5 Demostración práctica: El dilema de la cosecha de pesquerías

Un ejemplo ilustra la metodología [3]. Se plantea un problema de captura de peces en dos periodos, un escenario clásico de gestión de recursos naturales donde los intereses económicos suelen colisionar con la sostenibilidad biológica.

A. Configuración del problema bajo incertidumbre. El modelo matemático inicial integra variables que, por su naturaleza biológica, son inherentemente inciertas y se representan mediante Números Difusos Triangulares (TFN):

- Biomasa inicial (I_1): Se estima en aproximadamente 1000 toneladas métricas, representadas por el TFN (950, 1000, 1050).
- Tasas de reproducción (r_1 y r_2): Para el primer periodo se estima en un 20% (0.15, 0.20, 0.25) y para el segundo en un 15% (0.10, 0.15, 0.20).
- Variables de decisión (x_1 y x_2): Representan la cantidad de peces capturados en cada periodo.

B. La insostenibilidad de la solución óptima referencial. Al aplicar el método lexicográfico para maximizar la captura total sin considerar factores externos, el resultado es matemáticamente impecable pero ecológicamente inviable. El sistema sugiere:

1. Periodo 1: Captura nula ($x_1 = 0$), permitiendo que la población crezca al máximo.
2. Periodo 2: Captura masiva de todo el stock acumulado (aproximadamente 1380 toneladas).

Como consecuencia la biomasa al final del segundo periodo (I_3) queda reducida a cero. Aunque se ha logrado el máximo beneficio económico posible, se ha destruido el recurso para el futuro, lo que demuestra que un modelo matemático ciego a objetivos no modelados puede llevar a decisiones desastrosas.

C. Incorporación de regulaciones de sostenibilidad (Objetivos no modelados). Suponemos tres reglas expresadas en lenguaje natural (objetivos *a posteriori*).

- Regla 1: Si la biomasa es alta y la reproducción baja en el periodo 1, entonces la captura debe ser baja o media.
- Regla 2: Si la biomasa es alta y la reproducción baja en el periodo 2, entonces la captura debe ser baja o media.
- Regla 3: La biomasa final resultante (I_3) tiene que ser media o alta.

D. Generación y evaluación de alternativas con MGA. Utilizando MGA, se puede generar un conjunto de 26 alternativas viables, que no buscan el máximo absoluto, sino que exploran el espacio de decisión buscando diversidad. Por ejemplo, se permiten desviaciones de hasta el 20% respecto al valor óptimo de captura. Para evaluar estas alternativas, se definen funciones de pertenencia para términos como por ejemplo "Bajo", "Medio" y "Alto" y cada alternativa se evalúa frente a las tres reglas calculándole su grado de verdad.
E. Selección de la solución ganadora: El Caso de la Alternativa 4. Tras construir la matriz de decisión y aplicar el conectivo lógico "y" para agregar la compatibilidad de todas las reglas, destaca la Solución No. 4:

- Nivel de Desviación: Se sitúa en un rango alrededor del 20% de pérdida respecto al óptimo matemático teórico.
- Decisión Técnica: Propone no capturar nada en el primer periodo y realizar una captura de aproximadamente 757.11 toneladas en el segundo.
- Resultado de Compatibilidad: Esta solución alcanza un grado de verdad global de 0.62, el más alto para ese nivel de desviación.

A diferencia de la solución óptima inicial, esta alternativa garantiza que la biomasa final se mantenga en niveles saludables (Regla 3), cumpliendo con las normativas de conservación sin sacrificar excesivamente el rendimiento económico. Este ejemplo demuestra que la metodología permite pasar de una decisión "matemáticamente perfecta" pero "ética/ecológicamente errónea" a una decisión equilibrada y justificada.

6 Conclusiones y futuro de la optimización inteligente

La importancia de considerar objetivos no modelados es capital, ya que suelen representar las salvaguardas éticas, ambientales o de seguridad que las ecuaciones ignoran. Perseguimos ampliar esta metodología hacia la optimización no lineal y a otras formas de incertidumbre, siendo conscientes del desafío computacional que supone transformar estos modelos en problemas de ese tipo, por lo que parece más operativo emplear algoritmos metaheurísticos para mantener la eficiencia en aplicaciones de tiempo real.

Agradecimientos

Los autores expresan su agradecimiento al proyecto PID2023-146575NB-I00 con financiación procedente de MCIU/AEI/I0.13039/501100011033, FEDER, EU y FSE+.

Referencias

1. B Pérez-Cañedo, ER Concepción-Morales. Expert Systems with App. 123, 256-269 (2019).
2. B Pérez-Cañedo, C Porras, DA Pelta, JL Verdegay. IEEE Trans. on Fuzzy Systems 31 (5), 1474-1483 (2023)
3. B Pérez-Cañedo, ER Concepción-Morales, JL Verdegay: En H. Garg (ed.) Decision Support Systems in Smart Computing: Embracing Uncertainty and Challenges. Wiley, Scrivener. 3-26 (2026). ISBN: 9781394399413 (en prensa).