Detección de Entrelazamiento con Redes Neuronales Cuánticas y Clásicas

Daniel Manzano[1,4][0000-0001-9241-5884], Ernesto Acosta[2,4][0009-0001-4911-6819], Carlos Cano[2,4][0000-0002-0181-2444], and Guillermo Botella[3,4][0000-0002-0848-2636]

[1] Dept of Electromagnetism and Matter Physics, University of Granada, Spain
[2] Dept of Computer Science and AI, University of Granada, Spain
[3] Dept of Computer Architecture and Automation, Complutense University, Spain
[4] Quantum Thermodynamics and Computing Group, University of Granada, Spain

Abstract. La detección del entrelazamiento es un problema central en información cuántica, con implicaciones tanto fundamentales como tecnológicas. En este trabajo se revisan dos enfoques recientes basados en aprendizaje automático: redes neuronales clásicas entrenadas sobre matrices de densidad y redes neuronales cuánticas variacionales. Se comparan sus requisitos de entrada, su capacidad de clasificación y sus limitaciones, destacando el potencial de los métodos variacionales para trabajar directamente con estados cuánticos sin requerir una tomografía completa previa.

Keywords: entrelazamiento cuántico · detección de entrelazamiento · redes neuronales · algoritmos variacionales

1 Introducción

El entrelazamiento es una de las características más importantes de la mecánica cuántica. Propuesto inicialmente por Einstein, Podolsky y Rosen como una supuesta prueba de la incompletitud de la teoría [1], fue considerado más tarde por Schrödinger como el rasgo definitorio de la mecánica cuántica, aquel que impone su separación total de las líneas de pensamiento clásicas [2]. Más allá de su interés filosófico y fundamental, el entrelazamiento es un recurso crucial para el desarrollo de nuevas tecnologías cuánticas, siendo clave para técnicas como el teletransporte cuántico [3], la computación cuántica basada en medidas [4] o la codificación superdensa [5]. Este problema está sólo resuelto para casos de dimensionalidad reducida por el criterio de Peres-Horodecki [6, 7]. El problema de determinar si un estado cuántico es entrelazado es un problema NP-duro y se han propuesto muchos métodos para acometerlo.

En este trabajo vamos a discutir dos enfoques recientemente propuestos para la detección de entrelazamiento de manera automática. En primer lugar, estudiaremos el caso de el uso de redes neuronales clásicas [8]. La segunda aproximación consiste en el uso de algoritmos variacionales, también llamados *redes neuronales cuánticas* [9]. Esta segunda aproximación tiene la ventaja de poder trabajar directamente con datos cuánticos.

2 El problema de la separabilidad y generación de datos

En el caso más general, un estado cuántico viene descrito por un operador (o matriz) densidad. Esto refleja tanto el estado cuántico, que viene dado por un vector de estado $|\psi\rangle$[5], como nuestra incertidumbre sobre el mismo. Para un sistema que se encuentra en un estado puro $|\psi\rangle$, la matriz de densidad es simplemente el proyector[6] sobre dicho estado, $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$. Si el sistema se describe mediante una colectividad estadística, donde existe una probabilidad clásica p_i de encontrarse en el estado $|\psi_i\rangle$, el operador adopta la forma $\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$, donde las probabilidades cumplen de manera estricta que $p_i \geq 0$ y $\sum_i p_i = 1$. Matemáticamente, un estado cuántico descrito por una matriz de densidad ρ es separable si se puede escribir como una mezcla convexa de estados producto, $\rho = \sum_i p_i(\rho_A^i \otimes \rho_B^i)$. Donde p_i son probabilidades clásicas ($p_i \geq 0, \sum p_i = 1$), y ρ_A^i, ρ_B^i son estados locales de los subsistemas A y B. El problema radica en que no existe un método universal para determinar si una matriz ρ genérica admite o no esta descomposición. De hecho, computacionalmente se ha demostrado que este problema es *NP-duro*. A medida que aumenta el tamaño del sistema, encontrar esta descomposición se vuelve inabordable.

Para el entrenamiento de las redes neuronales debemos crear conjuntos de datos separables y entrelazados. A este respecto, se utiliza el hecho de que las propiedades de entrelazamiento no cambian cuando se aplican operadores unitarios a cada subsistema. Partiendo de estados semilla separables y entrelazados, las unitarias locales permiten generar familias de estados que preservan la clase de entrelazamiento de cada semilla.

3 Redes Neuronales clásicas para la detección de entrelazamiento

En la Ref. [8] se utilizan redes neuronales clásicas para detectar el entrelazamiento. El modelo usado es un perceptrón multicapa y el procedimiento está representado en la Fig. 3 (izquierda). **Paso uno:** Las matrices de densidad separables y entrelazadas se leen de los archivos y se transforman en vectores reales. **Paso dos:** Ambos conjuntos se concatenan para formar el conjunto de datos completo de S muestras. **Paso tres:** El array se mezcla de forma aleatoria para combinar las matrices de densidad separables y entrelazadas. **Pasos cuatro y cinco:** El conjunto de datos se divide en el conjunto de entrenamiento, y el conjunto de prueba (test). **Paso seis:** Tanto el conjunto de entrenamiento como el de prueba se dividen en el conjunto de entrada (matrices de densidad/vectores de estado) y el conjunto de salida (etiqueta binaria para los casos de clasificación binaria). Las filas del conjunto de entrada se introducen en la capa de entrada del Perceptrón y la salida se utiliza para calcular la Entropía Cruzada Binaria (BCE).

[5] Este simbolo, *ket*, representa un vector columna complejo $|\psi\rangle = (\alpha_1, \ldots, \alpha_d)^T$ tal que $\sum_{i=1}^{d} |\alpha_i|^2$=1. Por otra parte, el signo $\langle\psi|$, o *bra*, representa un vector fila con la misma restricción.

[6] El proyector se obtiene como el producto exterior del vector columna $|\psi\rangle$ por el vector fila $\langle\psi|$.

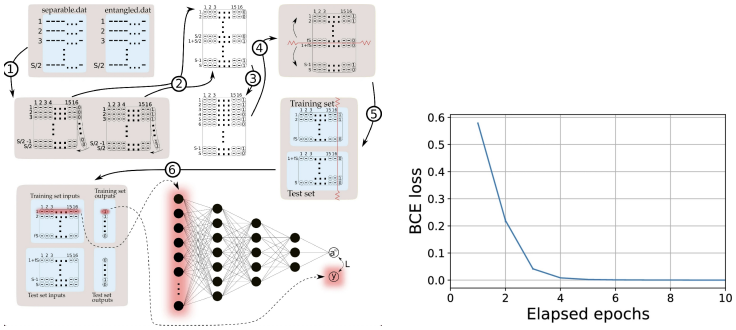


Fig. 1. Izquierda: Método utilizado en el caso de detección de entrelazamiento mediante redes neuronales clásicas. Explicación en el texto. Derecha: Pérdida de entropía cruzada binaria (*BCE loss, o Binary Cross Entropy Loss*) en función de las épocas de entrenamiento para el problema de dos qubits.

Mediante este método se consigue que la red neuronal sea capaz de aprender a diferenciar de manera perfecta sistemas de dos qubits, para los que existe un criterio exacto de separabilidad. También es capaz de clasificar sistemas de tres qubits, para los que la caracterización completa de la separabilidad es considerablemente más compleja, con una precisión de hasta el 98% en los mejores casos estudiados. En la Figura 3 (derecha) se aprecia el aprendizaje en función del tiempo para el sistema de dos qubits.

4 Detección de entrelazamiento con Redes Neuronales Cuánticas

En la Ref. [9] se afronta el mismo problema pero desde una perspectiva diferente. En lugar de trabajar con una descripción completa del estado, se trabaja directamente con copias o preparaciones de los estados cuánticos, sin requerir una reconstrucción tomográfica completa. Estos estados son clasificados mediante un algoritmo variacional cuántico. Una novedad adicional del trabajo es que este algoritmo variacional es optimizado mediante una estrategia basada en la computación cuántica adiabática que reformula el entrenamiento como un problema de Optimización Binaria Cuadrática sin Restricciones (QUBO) [10].

La función de coste utilizada es el Error Cuadrático Medio *(MSE, o Mean Square Error)* entre los vectores objetivo y los vectores producidos por el operador variacional Q. Tras discretizar los parámetros continuos de los ángulos de rotación en variables binarias x_i, esta función de coste puede expresarse en forma QUBO, $\sum_i C_{ii}x_i + \sum_{i<j} C_{ij}x_ix_j$,.

Los resultados principales pueden resumirse en tres puntos. **Métricas de precisión:** El modelo adiabático alcanzó una precisión de entrenamiento del 67% y una precisión de validación del 61%. Esto es comparable al entrenamiento convencional de VQA, pero inferior al modelo base. **Detección de subclases:** La dificultad de clasificación varió según el tipo de estado. **Comportamiento de**

la optimización: La precisión del entrenamiento mejoró de manera constante a través de los niveles jerárquicos.

5 Conclusiones

El método de búsqueda mediante exploración/explotación para redes neuronales cuánticas puede mejorar la eficiencia del entrenamiento al refinar soluciones de forma localizada en el espacio de parámetros. Los resultados revisados muestran que las redes neuronales cuánticas con entrenamiento adiabático constituyen una estrategia prometedora, aunque todavía preliminar, para problemas de clasificación de entrelazamiento sin requerir tomografía completa del estado.

Acknowledgments. This publication is part of the R+D projects PID2024-162155OB-I00, PID2024-162141OB-I00 and PID2024-158203OB-I00 funded by MICIU/AEI/10.13039/501100011033/ERDF/EU, as well as the Ministry of Economic Affairs and Digital Transformation of the Spanish Government through the QUANTUM ENIA project call - Quantum Spain project. Also grant C-EXP-251-UGR23 funded by Consejería de Universidad, Investigación e Innovación and by ERDF Andalusia Program 2021-2027.

Disclosure of Interests. The authors have no competing interests to declare that are relevant to the content of this article.

References

1. A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47(10):777–780, 1935.
2. E. Schrödinger. Discussion of probability relations between separated systems. *Math. Proc. Cam. Phil. Soc.*, 31:555, 1935.
3. C. H. Bennett et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, 70:1895, 1993.
4. H. J. Briegel, D. E. Browne, W. Dür, R. Raussendorf, and M. Van den Nest. Measurement-based quantum computation. *Nat. Phys.*, 5(19):96, 2009.
5. C. H. Bennett and S. J. Wiesner. Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states. *Phys. Rev. Lett.*, 69:2881, 1992.
6. A. Peres. Separability criterion for density matrices. *Phys. Rev. Lett.*, 77(8):1413–1415, 1996.
7. M. Horodecki, P. Horodecki, and R. Horodecki. Separability of mixed states: Necessary and sufficient conditions. *Phys. Lett. A*, 223(1–2):1–8, 1996.
8. J. Ureña, A. Sojo, J. Bermejo-Vega, et al. Entanglement detection with classical deep neural networks. *Sci. Rep.*, 14:18109, 2024.
9. E. Acosta, C. Cano, D. Manzano, and G.o Botella. Adiabatic training of VQAs for entanglement detection. In *2025 IEEE International Conference on Quantum Artificial Intelligence (QAI)*, pages 27–33, 2025.
10. E. Acosta, G. Botella, and C. Cano. QUBO-based training for VQAs on quantum annealers. arXiv preprint arXiv:2509.01821, 2025.